

Компонент ОПОП 09.03.01 Информатика и вычислительная техника,
направленность (профиль): Программное обеспечение вычислительной техники и
автоматизированных систем
наименование ОПОП
Б1.О.05.02
шифр дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Дисциплины
(модуля)

Математический анализ

Разработчик (и):

Ромахова О.А.

ФИО

ст. преподаватель

должность

нет

ученая степень,
звание

Утверждено на заседании кафедры

Вышей математики и физики

наименование кафедры

протокол № 5 от 27.02.2025

И.о. заведующего кафедрой ВМиФ



подпись

Левитес В.В.

ФИО

1. Критерии и средства оценивания компетенций и индикаторов их достижения, формируемых дисциплиной (модулем)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора(ов) достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)			Оценочные средства текущего контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации
		<i>Знать</i>	<i>Уметь</i>	<i>Владеть</i>		
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИД-1 _{ОПК-1} Способен применять знания основ математики	теоретические основы математического анализа в части определения, основных свойств, дифференциального и интегрального исчисления функций одной переменной (ФОП): - определение ФОП, способы задания, основные глобальные свойства, классификации функций; - определения и свойства основных теоретических понятий, относящихся к ФОП (теория пределов, непрерывность, дифференциальное исчисление и интегральное исчисление);	применять методы исследования свойств функций, дифференциального и интегрального исчисления ФОП для решения учебных и практических задач: - исследование основных характеристик функциональной зависимости между двумя переменными, заданной аналитически или графически; - переводение на математический язык простейших задач, поставленных в терминах других предметных	основными приемами математического моделирования с использованием функций и практическими навыками исследования характеристик и особенностей функциональных зависимостей методами математического анализа, в том числе: - приемами вычисления пределов; - техникой дифференцирования и приемами интегрирования ФОП; - навыками	- типовые задания по вариантам для выполнения контрольных и расчетно-графических работ	Результаты текущего контроля Экзаменационные билеты

		- основные способы обоснования математических утверждений; - основные логические связи между математическими фактами (следствия, равносильность, необходимые или (и) достаточные условия); - правила выполнения основных операций: вычисление пределов, дифференцирование и интегрирование функций одной переменной.	областей; - выбор теоретических фактов и методов, с помощью которых можно решить актуальную прикладную задачу; - исследование и (или) интерпретация результата решения задачи, проверка его достоверности или правдоподобности.	использования вычислительных средств, графопостроителей, компьютерных программ поддержки учебного процесса и прикладных математических пакетов; - навыками расширения и углубления математических знаний и умений, в том числе в режиме самообразования		
--	--	--	---	--	--	--

2. Оценка уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)

Показатели оценивания компетенций (индикаторов их достижения)	Шкала и критерии оценки уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)			
	Ниже порогового («неудовлетворительно»)	Пороговый («удовлетворительно»)	Продвинутый («хорошо»)	Высокий («отлично»)
Полнота знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущены не грубые ошибки.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки. Допущены некоторые погрешности.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки.
Наличие умений	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Выполнены типовые задания с не грубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме (отсутствуют пояснения, неполные выводы)	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные задания с некоторыми погрешностями. Выполнены все задания в полном объёме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Задания выполнены в полном объеме без недочетов.
Наличие навыков (владение опытом)	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для выполнения стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при выполнении стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенции фактически не сформированы. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. ИЛИ Зачетное количество баллов не набрано согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков достаточно для решения стандартных профессиональных задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных, в том числе нестандартных, профессиональных задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону

3. Критерии и шкала оценивания заданий текущего контроля

3.1 Критерии и контрольных оценивания контрольных работ

Перечень контрольных работ, описание порядка выполнения работы, требования к оформлению работы, представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МГТУ.

Оценка / баллы	Критерии оценивания
Отлично / 19-20	Задание выполнено полностью и правильно.
Хорошо / 17-18	Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений. Все требования, предъявляемые к работе, выполнены.
Удовлетворительно / 14-16	В контрольной работе допущены грубые ошибки и (или) недочеты, исправленные после рецензии преподавателя. Обучающийся владеет основными обязательными умениями по проверяемой теме.
Неудовлетворительно / менее 14 баллов	Задание выполнено со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задание не выполнено.

3.2 Критерии и шкала оценивания расчетно-графических работ

Перечень расчетно-графических работ, описание порядка выполнения и защиты работы, требования к результатам работы, структуре и содержанию отчета и т.п. представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МГТУ.

Оценка / баллы	Критерии оценивания
Отлично / 19-20	Каждая РГР выполнена полностью и успешно защищена; оформление решений аккуратное и четкое, обоснования грамотные.
Хорошо / 17-18	РГР и её защита выполнены полностью, но не являются достаточными теоретические обоснования шагов в решениях.
Удовлетворительно / 15-16	В решениях заданий РГР или при защите допущены грубые ошибки или большое количество недочетов, которые исправлены в режиме доработок.
Неудовлетворительно / менее 15	Задание выполнено со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задание не выполнено или не защищено.

3.3 Критерии и шкала оценивания коллоквиума

Рекомендации по подготовке к коллоквиуму по дисциплине (модулю) изложены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля), вопросы к коллоквиуму представлены в электронном курсе в ЭИОС МГТУ.

В ФОС включены примерные вопросы к коллоквиуму:

Вопросы к коллоквиуму по дисциплине «Введение в математику»

1. Способы задания множеств. Подмножества и их основные свойства. Основные операции над множествами и их свойства.
2. Аксиоматическое определение множества действительных чисел $\mathbb{R}$.

3. Стандартные подмножества множества $\mathbb{R}$. Модуль действительного числа, геометрическая трактовка и основные свойства модуля.
4. Расширенное множество действительных чисел. Промежутки и окрестности точек на расширенной числовой прямой. Основные свойства окрестностей.
5. Свойства вложенных промежутков.
6. Ограниченность числовых множеств, точные грани и экстремумы числового множества.
7. Отображения множеств: определение, примеры. Основные типы отображений: сюръекция, инъекция, биекция. Суперпозиция отображений.
8. Сравнение множеств. Примеры равномощных множеств. Счётные множества.
9. Определение числовой функции числового аргумента, способы задания, график.
10. Основные характеристики числовой функции.
11. Обратная функция: определение, условие существования, алгоритм нахождения. Свойство графиков взаимно обратных функций.
12. Классификации функций.
13. Определение и основные свойства целых алгебраических многочленов (полиномов). Линейная и квадратичная функции, их основные свойства и графики.
14. Определение и основные свойства рациональных дробей. Дробно-линейная функция и построение ее графика.
15. Основные элементарные функции, их определения и графики.
16. Гиперболические функции: определения, графики, основное тождество.
17. Комплексные числа: определение, выполнение операций в алгебраической форме.
18. Геометрическая интерпретация комплексного числа, определения его модуля и аргумента, тригонометрическая форма.
19. Выполнение операций умножения и деления, возведения в натуральную степень и извлечения корня над комплексными числами в тригонометрической форме.
20. Операции над комплексными числами в показательной форме
21. Свойства целых алгебраических многочленов и решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.
22. Равенства: определение и типы, основные свойства, методы решения уравнений и систем уравнений.
23. Неравенства: определение и типы, основные свойства, методы решения неравенств и систем неравенств.

Оценка/баллы	Критерии оценки
Отлично / 10	Полный, развернутый ответ на поставленный вопрос (вопросы). Свободно оперирует понятиями. Глубокое усвоение программного материала, а также последовательные, грамотные ответы. Свободное владение материалом, правильное обоснование принятых решений.
Хорошо / 9	Полный, развернутый ответ на поставленный вопрос (вопросы). В ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность. Усвоение программного материала, грамотное и последовательное его изложение, но допущены несущественные неточности в определениях.
Удовлетворительно / 7-8	Недостаточно развернутый и последовательный ответ на поставленный вопрос (вопросы). Владение знаниями только по основному материалу. Допущены неточности и затруднения с формулировкой определений.
Неудовлетворительно / менее 7	Неполный ответ, разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в раскрытии понятий, употреблении терминов. Присутствует нелогичность изложения. Владение материалом частичное, только относительно к заданным вопросам. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. ИЛИ Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины.

4. Критерии и шкала оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении промежуточной аттестации

Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины (модуля) в первом семестре (зачет)

Если обучающийся набрал зачетное количество баллов согласно установленному диапазону по дисциплине (модулю), то он считается аттестованным.

Оценка	Баллы	Критерии оценивания
<i>Зачтено</i>	60 - 100	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
<i>Не зачтено</i>	менее 60	Зачетное количество согласно установленному диапазону баллов не набрано

Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины (модуля) во втором семестре (экзамен)

Результат промежуточной аттестации складывается из баллов, набранных в ходе текущего контроля и при проведении экзамена.

В ФОС включен список вопросов, типовой вариант экзаменационного билета и примерный вариант заданий к экзаменационному тестированию.

Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

Модуль «Дифференциальное исчисление ФОП»

1. Определение производной, её механическая и геометрическая трактовки. Связь свойства непрерывности функции с её дифференцируемостью. Производные высших порядков.
2. Дифференциал функции: определение и основные свойства. Дифференциалы высших порядков. Основные приложения дифференциала: к приближенному вычислению значений функции и к нахождению погрешностей.
3. Определение гладкой функции. Теорема Ферма и теорема Ролля о гладких функциях.
4. Теорема Лагранжа, её геометрическая трактовка. Формула Лагранжа для конечных приращений функции. Формулировка теоремы Коши, её связь с теоремой Лагранжа.
5. Теорема Лопиталя и её обобщение на случай $x \rightarrow \infty$ и на случай отношения бесконечно больших функций. Правило Лопиталя: формулировка и примеры использования.
6. Определение локального экстремума функции. Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции и его недостаточность. Понятие острого экстремума. Определение точки, подозрительной на экстремум. Первое достаточное условие для локального экстремума дифференцируемой функции.
7. Определения выпуклой или вогнутой линии и точки её перегиба. Признак выпуклости или вогнутости графика дважды дифференцируемой функции. Необходимое условие для точки перегиба и его недостаточность. Определение точки, подозрительной на перегиб. Достаточное условие для точки перегиба.
8. Определение асимптоты линии. Нахождение вертикальных и наклонных (в частности, горизонтальных) асимптот графика функции.

9. Многочлен Тейлора для заданной функции. Формулы Тейлора и Маклорена. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и в форме Лагранжа.

Модуль «Интегральное исчисление ФОП»

1. Первообразная функции и неопределенный интеграл: определения, основные свойства. Таблица неопределенных интегралов.
2. Метод замены переменной интегрирования. Описания простейших случаев линейной замены переменной интегрирования. Примеры.
3. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Основные типы интегралов, которые эффективно находить с помощью формулы интегрирования по частям. Примеры.
4. Рациональные дроби. Интегрирование простейших рациональных дробей. Алгоритм интегрирования любых рациональных дробей и пример его реализации.
5. Неопределенные интегралы от некоторых тригонометрических и от некоторых иррациональных функций. Примеры.
6. Определение определённого интеграла, его геометрическая и механическая трактовки, достаточные условия существования.
7. Теорема Барроу и следствия из нее. Связь определенного интеграла с переменным верхним пределом и первообразной подынтегральной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Основные свойства определенного интеграла. Доказательство свойства линейности, свойства аддитивности, свойства о сравнении значений определенных интегралов от функций, связанных неравенством.
9. Основные свойства определенного интеграла. Вывод формул для оценки значения определенного интеграла.
10. Основные свойства определенного интеграла. Доказательство и геометрическая трактовка теоремы о среднем значении непрерывной функции на конечном промежутке.
11. Использование в определенных интегралах формулы интегрирования по частям и метода замены переменной интегрирования. Примеры.
12. Приложения определённого интеграла к вычислению площади плоской фигуры в декартовой системе координатах.
13. Приложения определённого интеграла к вычислению площади плоской фигуры в полярной системе координатах.
14. Вычисление объёмов тел вращения с помощью определенного интеграла.
15. Общая методика приложений определенного интеграла (в двух формах).
16. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой (с помощью определенного интеграла). Дифференциал длины дуги.
17. Несобственные интегралы I рода: определения, геометрические трактовки, достаточные условия сходимости (расходимости).
18. Несобственные интегралы II рода: определения, геометрические трактовки, достаточные условия сходимости (расходимости).
19. Интегралы, зависящие от параметра: определение, примеры, основные свойства.

Образец содержания экзаменационного билета

Вопрос 1. Теорема Лопиталя и её обобщение на случай $x \rightarrow \infty$ и на случай отношения бесконечно больших функций. Правило Лопиталя: формулировка и примеры использования.

Вопрос 2. Первообразная функции и неопределенный интеграл: определения, основные свойства. Таблица неопределенных интегралов.

Оценка	Баллы	Критерии оценки ответа на экзамене
Отлично	9 - 10	На все вопросы экзаменационного билета верно сформулированы теоретические факты (определения, теоремы, свойства), приведены их формульные записи и возможные трактовки (геометрические, физические, др.). Выполнено обоснование (логическое или геометрически иллюстративное доказательство) большинства сформулированных утверждений (теорем, свойств). В случае, когда несколько утверждений имеют однотипные способы доказательства, можно ограничиться обоснованием одного или части из этих утверждений.
Хорошо	от 7, но менее 9	На все вопросы экзаменационного билета верно сформулированы теоретические факты (определения, теоремы, свойства), приведены их формульные записи и возможные трактовки (геометрические, физические, др.). В части формулировок возможны погрешности, не искажающие принципиально суть факта. Выполнено обоснование (логическое или геометрически иллюстративное доказательство) только некоторых из сформулированных утверждений (теорем, свойств), а для остальных приведены иллюстрации примерами, в том числе графическими.
Удовлетворительно	от 5, но менее 7	На все вопросы экзаменационного билета верно сформулированы теоретические факты (определения, теоремы, свойства), приведены их формульные записи и возможные трактовки (геометрические, физические, др.). В части формулировок возможны погрешности, не искажающие принципиально суть факта. Обоснования теоретических фактов не приведены, но показана способность применять эти факты при решении практических заданий.
Неудовлетворительно	менее 5	На большую часть вопросов экзаменационного билета верных ответов нет, то есть имеется хотя бы одно из следующих положений: - теоретический факт не сформулирован и не записан формулой; - формулировка или формульная запись факта имеют принципиальные ошибки, искажающие его суть; - теоретический факт сформулирован и приведена его формульная запись, но не приведены никакие примеры, его иллюстрирующие, и, следовательно, нет оснований сделать вывод об освоенности этого факта.

Примерный вариант заданий экзаменационного теста

1. Сформулируйте определение следующих основных понятий (словами, формальная запись, иллюстрация):
производная функции одной переменной, её геометрическая трактовка.

2. Укажите логическую связь между данными утверждениями P и Q

P : функция $f(x)$ является непрерывной в точке x_0 ;

Q : существует $f'(x_0)$;

(варианты ответа: $P \Rightarrow Q$, $Q \Rightarrow P$, $P \Leftrightarrow Q$ или нет связи).

3. Укажите в списке все случаи правильного использования метода замены переменной интегрирования в неопределенном интеграле; во всех верных случаях укажите формулу заменяющей функции и выполните полностью процедуру интегрирования:

$$\text{a) } \int e^{4x+1} dx = \frac{1}{4} \int e^t dt \quad \text{b) } \int t\sqrt{1-t^2} dt = \frac{1}{2} \int \sqrt{u} du \quad \text{c) } \int \sqrt{1+x} dx = \int \sqrt{t} dt$$

$$\text{d) } \int \frac{x}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u} \quad \text{e) } \int \sin^2 2x dx = 2 \int \sin^2 t dt \quad \text{f) } \int (1-x)^3 dx = -\int u^3 du$$

4. Отметьте в списке все интегралы, для нахождения которых рекомендуется использовать формулу интегрирования по частям; найдите один из таких интегралов:

$$\text{a) } \int \frac{x dx}{x^2 + 1} \quad \text{b) } \int e^{1-x} dx \quad \text{c) } \int \arcsin x dx \quad \text{d) } \int x e^{2x+1} dx$$

5. Укажите тип каждого из следующих интегралов от функции $f(x)$ (варианты ответа: определенный интеграл, сходящийся / расходящийся несобственный интеграл первого рода, сходящийся / расходящийся несобственный интеграл второго рода):

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)^3} \Rightarrow \text{a) } \int_0^1 f(x) dx; \quad \text{b) } \int_0^2 f(x) dx; \quad \text{c) } \int_3^{+\infty} f(x) dx; \quad \text{d) } \int_1^4 f(x) dx;$$

6 (2 балла). Дана функция одной переменной $y = f(x)$. Постройте схематично график этой функции и, используя график, отметьте знаком «+» каждое верное утверждение и знаком «-» каждое неверное утверждение из предложенных пяти утверждений:

$$f(x) = \frac{2x^3 + 1}{x^2} \Rightarrow \begin{aligned} &1) f(x) \text{ бесконечно малая функция при } x \rightarrow \infty; \\ &2) f(x) \text{ бесконечно большая функция в точке } x = 0; \\ &3) \text{ прямая } y = x \text{ -- наклонная асимптота графика функции } f(x); \\ &4) \text{ функция } f(x) \text{ не имеет локальных экстремумов}; \\ &5) \text{ три условия } f(x) > 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0 \text{ выполнены при } x \in (0; 1). \end{aligned}$$

7. Для данной функции $f(x)$ в окрестности заданной точки x_0 составьте формулу Тейлора третьего порядка с остаточным членом в форме Пеано:

$$f(x) = \frac{1}{x-2}, \quad x_0 = 3$$

8. Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной указанными линиями:

$$y = 2^x, y = 2^{-x}, y = 4.$$

9. Решите следующую прикладную задачу: определите, при каком значении a среднее значение функции $y = \ln x$ на промежутке $x \in [1; a]$ равно значению средней скорости изменения этой функции на этом же промежутке.

Порядок и критерии оценивания результатов выполнения экзаменационного теста

Экспертиза результатов выполнения экзаменационного теста осуществляется с соответствии с порядком:

- 1) вся работа получает общий оценочный балл, равный сумме баллов, полученных за каждое задание; этот общий балл может иметь значение от 0 до 10; тест считается зачтенным, если его оценка составляет не менее 5 баллов, и считается не зачтенным, если его оценка менее 5 баллов;
- 2) работа над каждым заданием получает оценку от 0 до 1 балла для большинства задач (по умолчанию) или от 0 до 2 баллов, если это в задании оговорено особо;
- 3) задание считается выполненным и оценивается наибольшим (возможным для него) баллом, если оно имеет полный и правильный ответ, обоснованный

представленным решением (в случае практического задания); решение должно быть записано читаемым образом, при этом допустимы не очень подробные выкладки и объяснения;

- 4) наибольший балл за выполненное задание уменьшается на 0,25 за каждую ошибку или существенный недочет, если они допущены в его решении; таких уменьшений должно быть не больше двух, иначе задание не может считаться выполненным;
- 5) задание считается невыполненным, если его ответ является неполным или не полностью правильным; такое задание оценивается баллом от 0 до 0,5 в зависимости от того, какую часть работы по этому заданию можно считать выполненной верно;
- 6) наибольшее количество баллов за экзаменационный тест равно 10.

Итоговая оценка по дисциплине (модулю)	Суммарные баллы по дисциплине (модулю)	Критерии оценивания
<i>Отлично</i>	91 - 100	Выполнены все контрольные точки текущего контроля на высоком уровне. Экзамен сдан на «отлично».
<i>Хорошо</i>	81-90	Выполнены все контрольные точки текущего контроля. Экзамен сдан на «хорошо».
<i>Удовлетворительно</i>	70- 80	Контрольные точки выполнены в неполном объеме. Экзамен сдан на «удовлетворительно»
<i>Неудовлетворительно</i>	69 и менее	Контрольные точки не выполнены или не сдан экзамен

5.1 Задания диагностической работы для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках внутренней независимой оценки качества образования

ФОС содержит задания для оценивания знаний, умений и навыков, демонстрирующих уровень сформированности компетенций и индикаторов их достижения в процессе освоения дисциплины (модуля).

Комплект заданий разработан таким образом, чтобы осуществить процедуру оценки каждой компетенции, формируемых дисциплиной (модулем), у обучающегося в письменной форме.

Содержание комплекта заданий включает: *тестовые вопросы, расчетные задачи, тестовые задания.*

Комплект заданий диагностической работы по первой части дисциплины (промежуточная аттестация – зачет)

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности ИД-1опк-1 Способен применять знания основ математики: <i>основные структуры элементарной математики, определения и основные свойства функций одной переменной (ФОП), ее предел и непрерывность</i>	
1	<u>Тестовый вопрос</u> Укажите номера множеств из данного списка, для которых точная верхняя грань является числом: 1) $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2^{ x-8 } < 16\}$; 2) $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 + 3x - x^2 < 0\}$;

	3) $C = \left\{x \mid x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N}\right\}$.
2	<u>Расчетное задание</u> Перечислите элементы данного множества: $C = \{x \in \mathbb{R} / f(x) = 1, f(x) = \cos 4x, x \in (0; \pi]\}$
3	<u>Тестовое задание</u> Укажите номер множества, на котором естественным образом определена данная функция: $f(x) = \sqrt{5-x} + \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \log_2(x+2);$ 1) $(-2;5]$, 2) $[-2;5]$, 3) $(-4;-2]$, 4) $(-2;5)$.

Комплекс заданий сформирован таким образом, чтобы осуществить процедуру проверки одной компетенции у обучающегося в течение 5-10 минут в письменной или устной формах. Содержание комплекса заданий по вариантам (не менее 5 вариантов) приведено ниже.

Вариант 1

1. Тестовый вопрос

Укажите номера множеств из данного списка, для которых точная верхняя грань является числом:

1) $X = \{x \in \mathbb{R} / 2^{|x-8|} < 16\}$; 2) $X = \{x \in \mathbb{R} / 4 + 3x - x^2 < 0\}$; 3) $C = \{x / x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N}\}$.

2. Расчетное задание

Перечислите элементы данного множества: $C = \{x \in \mathbb{R} / f(x) = 1, f(x) = \cos 4x, x \in (0; \pi]\}$.

3. Тестовое задание

Укажите номер множества, на котором естественным образом определена данная функция:

$$f(x) = \sqrt{5-x} + \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \log_2(x+2);$$
 1) $(-2;5]$, 2) $[-2;5]$, 3) $(-4;-2]$, 4) $(-2;5)$.

Ответы к заданиям варианта 1:

1. 1), 3). 2. $\left\{\frac{\pi}{2}; \pi\right\}$. 3. 1).

Вариант 2

1. Тестовый вопрос

Укажите номера множеств из данного списка, для которых существует максимум множества:

1) $X = \{x \in \mathbb{R} / 2^{|x-8|} < 16\}$; 2) $X = \{x \in \mathbb{R} / 4 + 3x - x^2 < 0\}$; 3) $C = \{x / x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N}\}$.

2. Расчетное задание

Перечислите элементы данного множества: $C = \{x \in \mathbb{R} / f(x) = 0, f(x) = x^2 + 8|x| - 9\}$.

3. Тестовое задание

Укажите номер множества, на котором естественным образом определена данная функция:

$$f(x) = \sqrt{9-x^2} + \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \log_2(x-2); \quad 1) (-2;3], \quad 2) [2;3], \quad 3) (2;3], \quad 4) (2;3).$$

Ответы к заданиям варианта 2:

1. только 3). 2. $\{-1; 1\}$. 3. 3).

Вариант 3

1. Тестовый вопрос

Укажите номера множеств из данного списка, которые являются счетными:

$$1) X = \{x \in \mathbb{Q} / 2^{|x-8|} < 16\}; \quad 2) X = \{x \in \mathbb{Q} / 4 + 3x - x^2 < 0\}; \quad 3) C = \{x / x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{Q}\}.$$

2. Расчетное задание

Перечислите элементы данного множества: $C = \{x \in \mathbb{Q} / f(x) = 12, f(x) = 4^{4x-2} - 4^{2x-1}\}.$

3. Тестовое задание

Укажите номер множества, на котором естественным образом определена данная функция:

$$f(x) = \sqrt{9-x^2} + \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \log_2(x^2-1); \quad 1) (-4;3], \quad 2) [1;3], \quad 3) (1;3], \quad 4) (1;3).$$

Ответы к заданиям варианта 3:

1. только 3). 2. $\{1\}$. 3. 3).

Вариант 4

1. Тестовый вопрос

Укажите номера множеств из данного списка, которые не являются счетными:

$$1) X = \{x \in \mathbb{Q} / 2^{|x-8|} < 16\}; \quad 2) X = \{x \in \mathbb{Q} / 4 + 3x - x^2 < 0\}; \quad 3) C = \{x / x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{Q}\}.$$

2. Расчетное задание

Перечислите элементы данного множества:

$$C = \{x \in \mathbb{Q} / f(x) = 0, f(x) = \cos^2 x - 2\cos x - 3, x \in (-\pi; 3\pi]\}.$$

3. Тестовое задание

Укажите номер множества, на котором естественным образом определена данная функция:

$$f(x) = \sqrt{9-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} + \log_2(x-5); \quad 1) (5;81], \quad 2) [5;81], \quad 3) (-5;3], \quad 4) (5;81).$$

Ответы к заданиям варианта 4:

1. 1), 2). 2 $\{\pi; 3\pi\}$. 3. 1).

Вариант 5

1. Тестовый вопрос

Укажите номера множеств из данного списка, которые являются непрерывными:

$$1) X = \{x \in \mathbb{Q} / 2^{|x-8|} < 16\}; \quad 2) X = \{x \in \mathbb{Q} / 4 + 3x - x^2 < 0\}; \quad 3) C = \{x / x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{Q}\}.$$

2. Расчетное задание

Перечислите элементы данного множества: $B = \{x \in \mathbb{Q} / f(x) < 0, f(x) = |x-3| - 3\}.$

3. Тестовое задание

Укажите номер множества, на котором естественным образом определена данная функция:

$$f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \log_2(x+5); \quad 1) (0;4], \quad 2) [0;4], \quad 3) (-5;4], \quad 4) (-5;-4).$$

Ответы к заданиям варианта 5:

1. только 2). 2. $\{1;2;3;4;5\}$. 3. 2).

Шкала оценивания заданий одного варианта:

Оценка (баллы)	Критерии оценки
5 «отлично»	90-100 % правильных ответов
4 «хорошо»	70-89 % правильных ответов
3 «удовлетворительно»	50-69 % правильных ответов
2 «неудовлетворительно»	49% и меньше правильных ответов

**Комплект заданий диагностической работы по второй части дисциплины
(промежуточная аттестация – экзамен)**

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности ИД-1опк-1 Способен применять знания основ математики в части дифференциального и интегрального исчисления функций одной переменной (ФОП)	
1	<u>Тестовый вопрос</u> Укажите логическую связь между следующими утверждениями P и Q: P: функция $f(x)$ является непрерывной в точке x_0; Q: существует $f'(x_0)$; варианты ответа: 1) $P \Rightarrow Q$, 2) $Q \Rightarrow P$, 3) $P \Leftrightarrow Q$ 4) нет связи.
2	<u>Расчетное задание</u> Вычислите значение площади (с точностью до 10^{-2}) плоской фигуры, ограниченной указанными линиями: $y = 2^x$, $y = 2^{-x}$, $y = 4$.
3	<u>Тестовое задание</u> Дана функция одной переменной $y = f(x)$. Постройте схематично график этой функции и, используя график, отметьте знаком «+» каждое верное утверждение и знаком «-» каждое неверное утверждение из предложенных трех утверждений: $f(x) = \frac{2x^3 + 1}{x^2} \Rightarrow$ 1) $f(x)$ бесконечно малая функция при $x \rightarrow \infty$; 2) прямая $y = 2x$ – наклонная асимптота графика $y = f(x)$; 3) функция $f(x)$ не имеет локальных экстремумов.

Комплекс заданий сформирован таким образом, чтобы осуществить процедуру проверки одной компетенции у обучающегося в течение 5-10

минут в письменной или устной формах. Содержание комплекса заданий по вариантам (не менее 5 вариантов) приведено ниже.

Вариант 1

1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями P и Q :

P : функция $f(x)$ является непрерывной в точке x_0 ;

Q : существует $f'(x_0)$;

варианты ответа: 1) $P \Rightarrow Q$, 2) $Q \Rightarrow P$, 3) $P \Leftrightarrow Q$, 4) нет связи.

2. Расчетное задание

Вычислите значение площади (с точностью до 10^{-2}) плоской фигуры, ограниченной указанными линиями: $y = 2^x$, $y = 2^{-x}$, $y = 4$.

3. Тестовое задание

Дана функция одной переменной $y = f(x)$. Постройте схематично график этой функции и, используя график, отметьте знаком «+» каждое верное утверждение и знаком «-» каждое неверное утверждение из предложенных трех утверждений:

$$f(x) = \frac{2x^3 + 1}{x^2} \Rightarrow$$

1) $f(x)$ бесконечно малая функция при $x \rightarrow \infty$;

2) прямая $y = 2x$ – наклонная асимптота графика $y = f(x)$;

3) функция $f(x)$ не имеет локальных экстремумов.

Ответы к заданиям варианта 1: 1. 2). 2. 7,34. 3. 1) –; 2) +; 3) –.

Вариант 2

1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями P и Q :

P : функция $f(x)$ является кусочно-непрерывной на промежутке $x \in [a; b]$;

Q : функция $f(x)$ является интегрируемой по Риману на промежутке $x \in [a; b]$;

варианты ответа: 1) $P \Rightarrow Q$, 2) $Q \Rightarrow P$, 3) $P \Leftrightarrow Q$, 4) нет связи.

2. Расчетное задание

Пространственное тело получается вращением вокруг оси абсцисс плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{-x}$, $x = -2$, $y = 0$. Вычислите значение объёма получившегося тела вращения.

3. Тестовое задание

Дана функция одной переменной $y = f(x)$. Постройте схематично график этой функции и, используя график, отметьте знаком «+» каждое верное утверждение и знаком «-» каждое неверное утверждение из предложенных трех утверждений:

$$f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2} \Rightarrow 1) f(x) \text{ бесконечно большая функция в точке } x=1;$$

2) $f(x)$ непрерывная функция при всех $x \in \mathbb{R}$;

3) $f(x)$ имеет локальный минимум в нуле.

Ответы к заданиям варианта 2: 1. 1). 2. 2π . 3. 1) +; 2) -; 3) +.

Вариант 3

1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями P и Q :

P : непрерывная функция $f(x)$ имеет локальный экстремум в точке x_0 ;

Q : $f'(x_0) = 0$ или $f'(x_0)$ не существует;

варианты ответа: 1) $P \Rightarrow Q$, 2) $Q \Rightarrow P$, 3) $P \Leftrightarrow Q$, 4) нет связи.

2. Расчетное задание

Вычислите значение площади (с точностью до 10^{-2}) плоской фигуры, ограниченной указанными линиями: $y = \sqrt{-x}$, $y = x + 2$, $y = 0$.

3. Тестовое задание

Дана функция одной переменной $y = f(x)$. Постройте схематично график этой функции и, используя график, отметьте знаком «+» каждое верное утверждение и знаком «-» каждое неверное утверждение из предложенных трех утверждений:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 4} \Rightarrow 1) \text{ график функции } f(x) \text{ имеет горизонтальную асимптоту } y = 1;$$

2) на промежутке $(0; 2)$ функция $f(x)$ сохраняет характер монотонности;

3) множество значений функции $f(x)$: $(-\infty; +\infty)$.

Ответы к заданиям варианта 3: 1. 1). 2. 2π . 3. 1) +; 2) +; 3) -.

Вариант 4

1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями P и Q :

P : существует конечный предел $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$;

Q : верно равенство $f(x) = A + \alpha(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0$;

варианты ответа: 1) $P \Rightarrow Q$, 2) $Q \Rightarrow P$, 3) $P \Leftrightarrow Q$, 4) нет связи.

2. Расчетное задание

Найдите радианную величину угла, под которым пересекаются данные линии:

$$x^2 - y^2 = 5 \quad \text{и} \quad \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1.$$

3. Тестовое задание

Дана функция одной переменной $y = f(x)$. Постройте схематично график этой функции и, используя график, отметьте знаком «+» каждое верное утверждение и знаком «-» каждое неверное утверждение из предложенных трех утверждений:

- $f(x) = x - \ln(x + 2) \Rightarrow$ 1) график функции $f(x)$ имеет наклонную асимптоту;
2) функция $f(x)$ имеет единственный локальный экстремум;
3) на промежутке $(-2; 0)$ функция сохраняет характер монотонности.

Ответы к заданиям варианта 4: 1. 3). 2. $\frac{\pi}{2}$. 3. 1) -; 2) +; 3) -.

Вариант 5

1. Тестовый вопрос

Укажите логическую связь между следующими утверждениями P и Q :

P : существует конечный предел $\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) dx$;

Q : интеграл $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ равен числу;

варианты ответа: 1) $P \Rightarrow Q$, 2) $Q \Rightarrow P$, 3) $P \Leftrightarrow Q$, 4) нет связи.

2. Расчетное задание

Вычислите значение площади (с точностью до 10^{-1}) плоской фигуры, ограниченной указанными линиями: $y = e^x$, $y = x - x^2$, $x = 1$, $x = 0$.

3. Тестовое задание

Дана функция одной переменной $y = f(x)$. Постройте схематично график этой функции и, используя график, отметьте знаком «+» каждое верное утверждение и знаком «-» каждое неверное утверждение из предложенных трех утверждений:

- $f(x) = x^2 e^x \Rightarrow$ 1) график функции представляется непрерывной линией;
2) график функции $f(x)$ имеет точки перегиба;
3) график функции $f(x)$ имеет асимптоту.

Ответы к заданиям варианта 5: 1. 3). 2. 1,6. 3. 1) +; 2) +; 3) +.

Шкала оценивания заданий одного варианта:

Оценка (баллы) ⁵	Критерии оценки
5 «отлично»	90-100 % правильных ответов
4 «хорошо»	70-89 % правильных ответов
3 «удовлетворительно»	50-69 % правильных ответов
2 «неудовлетворительно»	49% и меньше правильных ответов